

ପରିସଂଖ୍ୟାନ (STATISTICS)

4.1. କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତା (Central Tendency) :

ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟକୁ ସଂଖ୍ୟାମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାଦ୍ୱାରା ତଥ୍ୟମାନଙ୍କ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଅଧିକ ସ୍ପଷ୍ଟ ଧାରଣା କରିହେବା କଥା ପରିସଂଖ୍ୟାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଆଲୋଚନାରେ କୁହାଯାଇଛି । ବର୍ତ୍ତମାନ ଏକାଧିକ ତଥ୍ୟ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ବିଚାର କରିବା । ଦୁଇଜଣ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ପାଞ୍ଚଟି ବିଷୟରେ ଥିବା ପରୀକ୍ଷା ନମ୍ବର ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

	ଅଙ୍କ	ସାହିତ୍ୟ	ବିଜ୍ଞାନ	ସାମାଜିକ ପାଠ	ଇଂରାଜୀ
ମୁନୁ	86	53	72	63	68
କୁନୁ	87	56	78	62	43

ନମ୍ବରଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖି ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଦ୍ୱୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କାହାର ପରୀକ୍ଷାଫଳ ଅଧିକ ଭଲ ହୋଇଛି ଜାଣିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କରାଯାଉ । ପାଞ୍ଚଟି ବିଷୟ ମଧ୍ୟରୁ କୁନୁର ତିନୋଟି ବିଷୟରେ ଫଳାଫଳ ମୁନୁ ଅପେକ୍ଷା ଭଲ । ଅନ୍ୟପକ୍ଷେ ପାଞ୍ଚଟି ବିଷୟ ମଧ୍ୟରୁ ଚାରୋଟି ବିଷୟରେ ମୁନୁ ଓ କୁନୁର ଫଳାଫଳ ପ୍ରାୟ ପାଖାପାଖି; ମାତ୍ର ଗୋଟିଏ ବିଷୟ (ଇଂରାଜୀ)ରେ ମୁନୁର ପାରଦର୍ଶିତା କୁନୁଠାରୁ ଯଥେଷ୍ଟ ଅଧିକ । ସେ ଦୃଷ୍ଟିରୁ ମୁନୁ ଓ କୁନୁ ମଧ୍ୟରେ ମୁନୁର ପରୀକ୍ଷାଫଳ ଅର୍ଥାତ୍ ପାରଦର୍ଶିତା କୁନୁଠାରୁ ଅଧିକ ଉନ୍ନତ ବୋଲି ପ୍ରତୀକ୍ଷାମାନ ହୁଏ ।

ତେବେ ଦୁଇଜଣ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ପରୀକ୍ଷାଫଳକୁ ତୁଳନା କରି ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେବା ଆମ ପକ୍ଷେ ସହଜ ନୁହେଁ; କାରଣ ପ୍ରତ୍ୟେକଙ୍କର ପରୀକ୍ଷାଫଳ ପାଞ୍ଚଟି ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶିତ । ଯଦି କୌଣସି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଏହି ପାଞ୍ଚଟି ସଂଖ୍ୟା ବିଶିଷ୍ଟ ଫଳାଫଳକୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇପାରେ ତେବେ ପରୀକ୍ଷା ଫଳ ତୁଳନା ସହଜସାଧ୍ୟ ତଥା ସିଦ୍ଧାନ୍ତମୂଳକ ହେବ । ଏକାଧିକ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବଳିତ ତଥ୍ୟକୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କରିବାଲାଗି ତଥ୍ୟ ଅତ୍ୟୁକ୍ତ ସମସ୍ତ ସଂଖ୍ୟାର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କଲାଭଳି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରାଯାଏ ଓ ଏହି ପ୍ରତିନିଧି ସଂଖ୍ୟାକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତା କୁହାଯାଏ ।

ପୂର୍ବୋକ୍ତ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ପରୀକ୍ଷାଫଳ ତୁଳନା କରିବା ଲାଗି ଆମେ ପ୍ରତ୍ୟେକର ପାଞ୍ଚଟି ବିଷୟରେ ହାରାହାରି (Mean ବା Average) ନମ୍ବର ନିର୍ଦ୍ଧାରଣ କରିଥାଉ ।

$$\text{ମୁନୁର ହାରାହାରି ନମ୍ବର} = \frac{\text{ମୋଟ ନମ୍ବର}}{\text{ବିଷୟ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{342}{5} = 68.4$$

$$\text{କୁନୁର ହାରାହାରି ନମ୍ବର} = \frac{\text{ମୋଟ ନମ୍ବର}}{\text{ବିଷୟ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{326}{5} = 65.2$$

ବର୍ତ୍ତମାନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀର ପରୀକ୍ଷାଫଳ ପାଞ୍ଚଟି ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବଳିତ ନ ହୋଇ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶିତ ହେଲା । ଫଳରେ ଉଭୟଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ କାହାର ପରୀକ୍ଷାଫଳ ଅଧିକ ଭଲ ଏକଥା ଜାଣିବାରେ ଆଉ ଅସୁବିଧା ବା ଦ୍ଵିମତ ରହିଲା ନାହିଁ । ହାରାହାରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ଏକାଧିକ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବଳିତ ତଥ୍ୟର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ଵ କଲାଭଳି ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତା ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଗୋଟିଏ ପ୍ରଣାଳୀ ।

କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ତିନି ପ୍ରକାରର ମାପ ଅଛି । ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

- (i) ମାଧ୍ୟମାନ (Mean), (ii) ମଧ୍ୟମା (Median), (iii) ଗରିଷ୍ଠକ (Mode)

ମାଧ୍ୟମାନ : ଗୋଟିଏ ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଗତ ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ହାରାହାରି ମାପକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ (Mean) କୁହାଯାଏ ।

ମଧ୍ୟମା : ବଡ଼ରୁ ସାନ ବା ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଯାଇଥିବା ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା (Median) କୁହାଯାଏ ।

ଗରିଷ୍ଠକ : କୌଣସି ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ଥିବା ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ (Mode) କୁହାଯାଏ ।

4.2. ମାଧ୍ୟମାନ (Mean) :

- (a) ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Mean of the Individual series)

ବାରମ୍ବାରତା ବିହୀନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ହେଲେ, ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ M ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରଦ୍ଵାରା ନିରୂପଣ କରାଯାଏ ।

$$M = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{k=n} X_k$$

ଏଠାରେ M ମାଧ୍ୟମାନ, Σ (ସିରମା) : ସମଷ୍ଟିର ସଙ୍କେତ, X : ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଗତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ

$\sum_{k=1}^{k=n} X_k$: X_1 ଠାରୁ X_n ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ଯେଉଁଠାରେ

n : ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଗତ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା ।

$$\text{ସଂକ୍ଷେପରେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ} = \frac{\text{ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଗତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି}}{\text{ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା}}$$

$$= \frac{\Sigma X}{n}$$

ଉଦାହରଣ - 1 :

ଜଣେ ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କର ଆଠଟି ବିଷୟର ଶତକଡ଼ା ନମ୍ବର ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 62, 54, 73, 45, 46, 58, 76, 70 । ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :
$$M = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n)$$

$$= \frac{1}{8} (62 + 54 + 73 + 45 + 46 + 58 + 76 + 70) = \frac{1}{8} \times 484 = 60.5$$

ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Mean of a frequency distribution) :

ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ବାରକଣ ପିଲାଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସାରଣୀ-A

ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ) x :	69	70	71	72	73
ବାରମ୍ବାରତା f :	4	2	3	2	1

ସମାଧାନ :

ସାରଣୀ-A₁

ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ) x	ବାରମ୍ବାରତା f	ବାରମ୍ବାରତା \times ଉଚ୍ଚତା fx
69	4	276
70	2	140
71	3	213
72	2	144
73	1	73
	$\Sigma f = 12$	$\Sigma fx = 846$

ମାଧ୍ୟମାନ $M = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{846}{12} = 70.5$ ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

(b) ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ଏବଂ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ (Mean of a Grouped-frequency distribution) :

ଏଠାରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (y) ନିରୂପଣ କରାଯାଏ ଏବଂ ତତ୍ପରେ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଅନୁରୂପ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା (f) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରି ଗୁଣଫଳ (Σfy) ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥାଏ । ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ବାରମ୍ବାରତାର ଗୁଣଫଳ ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି (Σfy) ଏବଂ ବାରମ୍ବାରତା ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି (Σf) ସ୍ଥିର କରାଯାଏ । ମାଧ୍ୟମାନ (M) = $\frac{\Sigma fy}{\Sigma f}$ ସୂତ୍ର ପ୍ରଯୋଗ କରାଯାଇ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ସ୍ଥିର କରାଯାଇଥାଏ । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

ଉଦାହରଣ-3 :

ଜଣେ ବ୍ୟବସାୟୀର 100 ଦିନର ଉପାର୍ଜନକୁ ଏକ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ସାରଣୀରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି । ଉକ୍ତ ବ୍ୟବସାୟୀର ଦୈନିକ ମାଧ୍ୟମାନ ଉପାର୍ଜନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦୈନିକ ଉପାର୍ଜନ (ଟଙ୍କା ହିସାବରେ) ଲାଗି x ଓ ବାରମ୍ବାରତା ଲାଗି f ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଛି ।]

ସାରଣୀ-B

(x) :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
(f) :	1	7	24	36	25	6	1

ସୂଚନା : ପୂର୍ବ ଉଦାହରଣରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ଦତ୍ତ ଥିବାପୁଲେ ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ଦତ୍ତ ଅଛି । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ $y = \frac{l_1 + l_2}{2}$ ଯେଉଁଠି l_1 ଓ l_2 ସଂଭାଗର ନିମ୍ନ ଓ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା କୁ ସେହି ସଂଭାଗର ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କ ବୋଲି ଧରିନେଇ fy ଓ Σfy ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ, ଲବ୍ଧାଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ମିଳିବ ।

ସମାଧାନ :

ସାରଣୀ-B₁

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (ସଂଭାଗ)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ସଂଭାଗ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ $\left(y = \frac{l_1 + l_2}{2}\right)$	ବାରମ୍ବାରତା × ସଂଭାଗ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (fy)
0-10	1	5	5
10-20	7	15	105
20-30	24	25	600
30-40	36	35	1260
40-50	25	45	1125
50-60	6	55	330
60-70	1	65	65
	$\Sigma f = 100$		$\Sigma fy = 3490$

$$\text{ମାଧ୍ୟମାନ } M = \frac{\Sigma fy}{\Sigma f} = \frac{3490}{100} = 34.9$$

(ଉତ୍ତର)

(c) ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ (Short-cut Method) :

ଉପରେ ଦର୍ଶିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣନ ତଥା ଯୋଗର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଲା । ଏହି ଅସୁବିଧା ଦୂର କରିବାଲାଗି ଅନ୍ୟ ଏକ ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଏ ଓ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ

ପ୍ରଣାଳୀ ନାମରେ ଅଭିହିତ। ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ମୌଳିକ ଧାରଣା ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉଦାହରଣରେ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଅଛି, ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

$$\begin{aligned}
 93, 98, 112, 103, 97, 109\text{ର ମାଧ୍ୟମାନ} &= \frac{1}{6} (93 + 98 + 112 + 103 + 97 + 109) \\
 &= \frac{1}{6} \{ (100 - 7) + (100 - 2) + (100 + 12) + (100 + 3) + (100 - 3) + (100 + 9) \} \\
 &= \frac{1}{6} [6 \times 100 + \{ (-7) + (-2) + 12 + 3 + (-3) + 9 \}] \\
 &= \frac{1}{6} \times 6 \times 100 + \frac{1}{6} \times 12 = 100 + \frac{12}{6}
 \end{aligned}$$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 100 ଠାରୁ କେତେ ବେଶି ବା କେତେ କମ୍ ଏହିରୂପ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କରୁ 100 ବିଯୋଗ କଲେ ଯେଉଁ ବିଯୋଗଫଳ ମିଳିବ ତାକୁ ସଂପୃକ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ବିଚ୍ୟୁତି (Deviation) କୁହାଯାଏ ଏବଂ ଏହି ସ୍ଥଳେ 100କୁ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ (Origin) ବୋଲି କୁହାଯାଏ। ଉପରିସ୍ଥ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମାନଙ୍କର ବିଚ୍ୟୁତି (x') ଯଥାକ୍ରମେ -7, -2, 12, 3, -3, 9

ଏହି ବିଚ୍ୟୁତିମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି = $(-7) + (-2) + (12) + (3) + (-3) + (9) = 12$

∴ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ଦତ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ (M) = $100 + \frac{12}{6}$ ଅର୍ଥାତ୍

$$M = \text{ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ} + \frac{\text{ବିଚ୍ୟୁତିମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି}}{\text{ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା}}$$

ମନେରଖ, 100 ପରିବର୍ତ୍ତେ ଯେ କୌଣସି ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ମଧ୍ୟ ଉତ୍ତରରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବନାହିଁ। 99କୁ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କର। ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ଓ ବିଚ୍ୟୁତି ସାହାଯ୍ୟରେ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ କୁହାଯାଏ। ପରବର୍ତ୍ତୀ ଉଦାହରଣକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

ଉଦାହରଣ - 4 :

ଉପସ୍ଥଳ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ସାରଣୀ A ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ସାରଣୀ - A₂

ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.)	ବାରମ୍ବାରତା	ବିଚ୍ୟୁତି x' (ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ : 70)	ବାରମ୍ବାରତା \times ବିଚ୍ୟୁତି
x	f		fx'
69	4	-1	-4
70	2	0	0
71	3	1	3
72	2	2	4
73	1	3	3
	$\Sigma f = 12$		$\Sigma fx' = 10 - 4 = 6$

$$\text{ମାଧ୍ୟମାନ } M = \text{ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ} + \frac{\Sigma fx'}{\Sigma f} = 70 + \frac{6}{12} = 70 + 0.5 = 70.5 \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ - 5 :

ସାରଣୀ-Bରେ ଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ଓ ବିଚ୍ୟୁତି ସାହାଯ୍ୟରେ (ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ 35କୁ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ (A) ରୂପେ ନିଆଯାଉ।

ସାରଣୀ - B₂

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା f	ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (x)	ବିଚ୍ୟୁତି : y = x - A	ବାରମ୍ବାରତା × ବିଚ୍ୟୁତି (fy)
0 - 10	1	5	-30	-30
10 - 20	7	15	-20	-140
20 - 30	24	25	-10	-240
30 - 40	36	35	0	0
40 - 50	25	45	10	250
50 - 60	6	55	20	120
60 - 70	1	65	30	30
	$\Sigma f = 100$			$\Sigma fy = -10$

$$\therefore \text{ମାଧ୍ୟମାନ } (M) = A + \frac{\Sigma fy}{\Sigma f} = 35 + \frac{-10}{100} = 35 - 0.1 = 34.9$$

(d) ସୋପାନ - ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀ (Step-deviation method) :

ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ଏକ ଅତି ସରଳୀକୃତ ଏବଂ ଅତି ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ହିସାବ ସଂପୃକ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ। ପୂର୍ବ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଭଳି ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ମଧ୍ୟ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ଏବଂ ସଂପୃକ୍ତ ବିଚ୍ୟୁତି ମାନଙ୍କର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ। ସଂପୃକ୍ତ ବିଚ୍ୟୁତି ମାନଙ୍କରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଦ୍ୱାରା ବିଚ୍ୟୁତିକୁ ଭାଗ କରି ନିମ୍ନ ସୂତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଥାଏ।

$$\text{ଏଠାରେ ସୂତ୍ରଟି ହେଲା - ମାଧ୍ୟମାନ } (M) = A + \frac{\Sigma fy'}{\Sigma f} \times c,$$

(A) = ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ

$$y' = \frac{\text{ବିଚ୍ୟୁତି } (y)}{\text{ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ } (c)}$$

$\Sigma fy'$ = ବାରମ୍ବାରତା f ଓ y'ର ଗୁଣଫଳମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି

f = ବାରମ୍ବାରତା, Σf = ବାରମ୍ବାରତାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି

ଉଦାହରଣ - 6 :

ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ତଥ୍ୟକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ତିର କର।

ସାରଣୀ - C

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	4	8	12	16	20
ବାରମ୍ବାରତା (f)	6	12	18	15	9

ସମାଧାନ :

ସାରଣୀ - C₁

x	f	x - A = y A = 12	c = 4 y' = $\frac{y}{c}$	fy'
4	6	-8	-2	-12
8	12	-4	-1	-12
12	18	0	0	0
16	15	4	1	15
20	9	8	2	18
	$\Sigma f = 60$			$\Sigma fy' = 9$

$$M = A + \frac{\Sigma fy'}{\Sigma f} \times c = 12 + \frac{9}{60} \times 4 = 12 + 0.6 = 12.06$$

ଏହି ଉଦାହରଣରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର ବିଚ୍ୟୁତି (x-A)ରେ ସାଧାରଣ ଗୁଣନାୟକ 4। ବିଚ୍ୟୁତିକୁ 4 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରି ହିସାବଟିକୁ ସରଳ କରାଯାଇପାରିଛି।

ଉଦାହରଣ - 7 :

ସାରଣୀ Bରେ ଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ସୋପାନ-ବିଚ୍ୟୁତି ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସମାଧାନ :

ସାରଣୀ - B₁

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା(f)	ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ(x)	ବିଚ୍ୟୁତି : y = x - A A = 35	ବିଚ୍ୟୁତି ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର (y')	fy'
0 - 10	1	5	-30	-3	-3
10 - 20	7	15	-20	-2	-14
20 - 30	24	25	-10	-1	-24
30 - 40	36	35	0	0	0
40 - 50	25	45	10	1	25
50 - 60	6	55	20	2	12
60 - 70	1	65	30	3	3
	$\Sigma f = 100$				$\Sigma fy' = -1$

$$\text{ମାଧ୍ୟମାନ (M)} = A + \frac{\Sigma fy'}{\Sigma f} \times i = 35 + \frac{(-1) \times 10}{100} = 35 - 0.1 = 34.9$$

(i = ବିଚ୍ୟୁତି ମାନଙ୍କରେ ଥିବା ସାଧାରଣ ଗୁଣନାୟକ । ଏଠାରେ ସାଧାରଣ ଗୁଣନାୟକ 10 ଯାହା ସଂଭାଗର ବିଷୟର ସହ ସମାନ)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ସମ୍ପର ପ୍ରାୟ ମଝିରେ ଥିବା ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଆରମ୍ଭବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନିଆଯାଇଛି । ଏହାଦ୍ୱାରା ହିସାବର ଜଟିଳତା କମିଯାଇଛି । ଅବଶ୍ୟ 35 ଭିନ୍ନ ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ (ବା ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ସଂଖ୍ୟାକୁ) ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ମଧ୍ୟ ଉପରୋକ୍ତ ସମାଧାନ କରାଯାଇ ପାରିଥା'ନ୍ତା ।

25କୁ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ରୂପେ ନେଇ ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି, ହିସାବରେ କ'ଣ ପାର୍ଥକ୍ୟ ହେଉଛି ଲକ୍ଷ୍ୟକର ।

ବି.ଦ୍ର. : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M ହେଲେ, $\sum_{i=1}^n (x_i - M) = 0$

ଏହା ବିଚ୍ୟୁତି ସଂପର୍କିତ ଏକ ଉପାଦେୟ ତଥ୍ୟ । ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ ସମ୍ଭବ ।

ମାଧ୍ୟମାନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ଉପାଦେୟ ତଥ୍ୟ (Some Useful Results on Mean) :

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M ହେଲେ,

(i) $x_1 + a, x_2 + a, x_3 + a, \dots, x_n + a$ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ $M + a$ ହେବ ।

(ii) $x_1 - a, x_2 - a, x_3 - a, \dots, x_n - a$ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ $M - a$ ହେବ ।

(iii) $ax_1, ax_2, ax_3, \dots, ax_n$ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ aM ହେବ ଯେତେବେଳେ $a \neq 0$ ।

(iv) $\frac{x_1}{a}, \frac{x_2}{a}, \frac{x_3}{a}, \dots, \frac{x_n}{a}$ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{M}{a}$ ହେବ ଯେତେବେଳେ $a \neq 0$ ।

ଉଦାହରଣ - 8 :

ax_1, ax_2, ax_3, \dots ରତ୍ୟାଦି n ସଂଖ୍ୟକ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ aM ହେଲେ,

$$\text{ଦର୍ଶାଅ ଯେ, } \sum_{i=1}^n (ax_i - aM) = 0 \text{ ।}$$

ସମାଧାନ :

$$aM = \frac{ax_1 + ax_2 + \dots + ax_n}{n} \Rightarrow ax_1 + ax_2 + ax_3 + \dots + ax_n = n(aM)$$

$$\text{ଦର୍ଶମାନ } \sum_{i=1}^n (ax_i - aM) = (ax_1 - aM) + (ax_2 - aM) + \dots + (ax_n - aM)$$

$$= (ax_1 + ax_2 + ax_3 + \dots + ax_n) - n(aM)$$

$$= n(aM) - n(aM) = 0 \quad (\text{ପ୍ରମାଣିତ})$$

ଉଦାହରଣ - 9 :

x_1, x_2, x_3, \dots ପ୍ରଭୃତି n ସଂଖ୍ୟକ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ M । ଯଦି $\sum_{i=1}^n (x_i - 12) = -10$ ଏବଂ

$$\sum_{i=1}^n (x_i - 3) = 62 \text{ ହୁଏ ତେବେ 'n' ଓ Mର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।}$$

ସମାଧାନ : $\sum_{i=1}^n (x_i - 12) = -10 \Rightarrow (x_1 - 12) + (x_2 - 12) + \dots + (x_n - 12) = -10$

$\Rightarrow (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) - 12n = -10$

$\Rightarrow nM - 12n = -10 \dots\dots\dots(i) \left(\because \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = M \right)$

ପୁନଶ୍ଚ, $\sum_{i=1}^n (x_i - 3) = 62 \Rightarrow nM - 3n = 62 \dots\dots\dots(ii)$

(i) ରୁ (ii) ବିୟୋଗ କଲେ ପାଇବା $-9n = -72 \Rightarrow n = 8$

'n'ର ମାନ (i)ରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ $8M - 12 \times 8 = -10$

$\Rightarrow 8M = 12 \times 8 - 10 \Rightarrow M = \frac{86}{8} = 10.75$

(ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4(a)

1. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଟି ଠିକ୍ ତା'ପାଖରେ T ଓ ଯେଉଁଟି ଭୁଲ୍ ତା'ପାଖରେ F ଲେଖ ।
 - (i) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ଅସ୍ପଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ ସେଦ୍ଵୟ ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସ୍ଵରୂପ ସଂଖ୍ୟା ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।
 - (ii) ଏକ ସମାନ୍ତରପ୍ରଗତିରେ ଥିବା ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ପଦର ମାଧ୍ୟମାନ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟମ ପଦସଙ୍ଗେ ସମାନ ।
 - (iii) ଏକ ଗୁଣୋତ୍ତରପ୍ରଗତିରେ ଥିବା ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ପଦର ମାଧ୍ୟମାନ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟମ ପଦସଙ୍ଗେ ସମାନ ।
 - (iv) ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ (A.M.) ସେ ଦୁଇଟିର ମାଧ୍ୟମାନ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।
 - (v) ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ଗୁଣୋତ୍ତର ମଧ୍ୟକ (G.M.) ସେ ଦୁଇଟିର ମାଧ୍ୟମାନ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।
 - (vi) ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁନେଇ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉତ୍ତର ମିଳିବ ।
 - (vii) କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ 20 ନେଲେ ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 15ର ବିଚ୍ୟୁତି 5 ହେବ ।

(viii) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{n+1}{2}$ ।

2. ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ନିମ୍ନରେ ଥିବା ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଉତ୍ତରମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଠିକ୍ ଉତ୍ତରଟି ବାଛି ।
 - (i) 61, 62, 68, 56, 64, 72, 69, 51, 71, 67, 70, 55, 63 ଏହି ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ନିରୂପଣ କରିବା ଲାଗି ନିମ୍ନସ୍ଥ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅଧିକ ଉପଯୁକ୍ତ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ହେବ ?

(A) 55	(B) 60	(C) 70	(D) 72
--------	--------	--------	--------
 - (ii) ପ୍ରଥମ 20ଟି ଗଣନସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ କେତେ ?

(A) 10	(B) $10\frac{1}{2}$	(C) $\frac{21}{20}$	(D) 210
--------	---------------------	---------------------	---------

(iii) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ କେତେ ?

- (A) $\frac{n(n+1)}{2}$ (B) $\frac{n}{2}$ (C) $\frac{n+1}{2}$ (D) $n(n+1)$

(iv) M ମାଧ୍ୟମାନ ବିଶିଷ୍ଟ 10ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ 2 ବଢ଼ାଇଦେଲେ ନୂତନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଦଶଟିର ମାଧ୍ୟମାନ କେତେ ହେବ ?

- (A) M (B) $M + 2$ (C) $2M$ (D) M^2

(v) M ମାଧ୍ୟମାନ ବିଶିଷ୍ଟ n ସଂଖ୍ୟକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ 2 ଗୁଣ କରିଦେଲେ, ନୂତନ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ କେତେ ହେବ ?

- (A) M (B) $2M$ (C) $\frac{2M}{n}$ (D) $\frac{nM}{2}$

(iv) ଯଦି a ସଂଖ୍ୟକ ବାଳକଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ 12 ବର୍ଷ ଓ b ସଂଖ୍ୟକ ବାଳିକାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ 10 ବର୍ଷ ହୁଏ ତେବେ ଉପରୋକ୍ତ ସମସ୍ତ ବାଳକ ବାଳିକାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ କେତେ ବର୍ଷ ହେବ ?

- (A) $\frac{10a+12b}{a+b}$ (B) $\frac{12a+10b}{a+b}$ (C) $\frac{10a+12b}{10+12}$ (D) $\frac{12a+10b}{10+12}$

(vii) 998.9, 999.1, 1000.3, 1000.6, 1001.1 ର ମାଧ୍ୟମାନ କେତେ ?

- (A) 998 (B) 999 (C) 1000 (D) 1001

(viii) 6, 8, 5, 7, x ଏବଂ 4 ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ 7 ହେଲେ x ର ମାନ କେତେ ହେବ ?

- (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

(ix) $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M ହେଲେ $\sum_{i=1}^6 (x_i - M)$ ର ମାନ କେତେ ?

- (a) 0 (B) 6 (C) 36 (D) -6

(x) $x, x+2, x+4, x+6$ ଏବଂ $x+8$ ର ମାଧ୍ୟମାନ କେତେ ହେବ ?

- (A) $x+2$ (B) $x+4$ (C) $x+6$ (D) x

3. ଦଶଥର ଖେଳି ଜଣେ କ୍ରିକେଟ ଖେଳାଳୀ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ରନଗୁଡ଼ିକ ହେଲା 47, 41, 50, 39, 45, 48, 42, 32, 60 ଏବଂ 20। ତାଙ୍କର ରନ ମାଧ୍ୟମାନ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ (ଉପଯୁକ୍ତ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

4. କିଲୋଗ୍ରାମ୍ ମାପରେ 30ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଓଜନ ହେଲା 21, 30, 40, 25, 26, 22, 26, 31, 22, 36, 30, 25, 25, 33, 30, 25, 27, 27, 25, 31, 33, 22, 21, 36, 40, 31, 33, 30, 37, 36। ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନରେ ସଜ୍ଜିତ କରି ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

5. କିଛି ରାସାୟନିକ ପଦାର୍ଥର ଓଜନ 30ଥର ନିଆଯାଇ ଫଳାଫଳକୁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ସଜାଯାଇଛି । ଏଥିରୁ ମାଧ୍ୟମାନ ଓଜନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଓଜନ (ଗ୍ରାମରେ) :	3.8	3.9	4.0	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
ବାରମ୍ବାରତା :	1	1	6	6	7	5	2	1	1

6. ନିମ୍ନ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କର ନମ୍ବରର - ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ପରୀକ୍ଷା ନମ୍ବର (x) :	62	58	52	50	48	35	29	26	25	22
ବାରମ୍ବାରତା (f) :	1	2	8	10	15	10	7	5	1	1

7. ଏକ ଗ୍ୟାଲେରୀରେ ବିଭିନ୍ନ ଧାଡ଼ିରେ ବସିଥିବା ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ଓ ସଂପୃକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଧାଡ଼ିପ୍ରତି ହାରାହାରି ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା :	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
ବାରମ୍ବାରତା :	1	1	2	5	9	15	19	20	16	10	5	3	1	2	1

8. ଏକ ବଗିଚାରେ ଥିବା ଗଛମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଗଛଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ):	70-65	65-60	60-55	55-50	50-45	45-40	40-35	35-30	30-25
ବାରମ୍ବାରତା :	4	7	8	10	5	6	3	7	2

9. ଏକ ବ୍ୟାଙ୍କରେ ଥିବା ସଞ୍ଚୟ ପରିମାଣ (ଟଙ୍କାରେ) ଓ ସେଗୁଡ଼ିକର ବାରମ୍ବାରତା ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ମାଧ୍ୟମାନ ସଞ୍ଚୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଚୟ ପରିମାଣ :	5-55	55-105	105-155	155-205	205-225	225-305	305-355	355-405
ବାରମ୍ବାରତା :	5	10	30	60	120	90	85	70

10. ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରୟୋଗରେ, ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିରୂପଣ କର ।

ସଂଭାଗ :	84-90	90-96	96-102	102-108	108-114	114-120
ବାରମ୍ବାରତା :	8	10	16	23	12	11

11. ନିମ୍ନ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ-ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ସୋପାନ-ବିରୂପିତ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସ୍ଥିର କର ।

ସଂଭାଗ :	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
ବାରମ୍ବାରତା :	5	7	10	15	9	4

12. ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ଉଭୟ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀ ଏବଂ ସୋପାନ-ବିରୁଦ୍ଧି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ସ୍ଥିର କର।

ସଂଭାଗ (C.I)	:	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300
ବାରମ୍ବାରତା (Frequency)	:	4	10	12	10	8	8

13. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ 28 ହେଲେ (30-40) ସଂଭାଗର ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ବାରମ୍ବାରତା କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର।

ସଂଭାଗ :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
ବାରମ୍ବାରତା :	12	18	27	?	17	6

14. ସୋପାନ-ବିରୁଦ୍ଧି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ସ୍ଥିର କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ :	60	61	62	63	64	65
ବାରମ୍ବାରତା :	5	8	14	16	10	7

15. x_1, x_2, x_3, \dots ପ୍ରଭୃତି n ସଂଖ୍ୟକ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ m । ଯଦି $\sum_{i=1}^n (x_i - 2) = 110$ ଏବଂ $\sum_{i=1}^n (x_i - 5) = 80$ ହୁଏ ତେବେ n ଓ m ର ମାନ ସ୍ଥିର କର।

16. x_1, x_2, x_3, \dots ପ୍ରଭୃତି n ସଂଖ୍ୟକ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ m । ଯଦି ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କରୁ $(a-b)$ ବିୟୋଗ କରାଯାଏ ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ନୂତନ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ $(m - a + b)$ ହେବ।

17. ସୋପାନ-ବିରୁଦ୍ଧି ପ୍ରଣାଳୀ ଅବଲମ୍ବନରେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ସ୍ଥିର କର।

ସଂଭାଗ :	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
ବାରମ୍ବାରତା :	5	65	222	112	53	40	3

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ (inclusive) ଅଟେ। ଏଠାରେ ଉକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣକୁ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ (exclusive) ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ। କାରଣ ଏଠାରେ ସଂଭାଗଗୁଡ଼ିକର ବିସ୍ତାରରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବନା ନଥାଏ।

4.3. ମଧ୍ୟମା (Median) :

କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ସାନରୁ ବଡ଼ ବା (ବଡ଼ରୁ ସାନ) କ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ଥିଲେ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା କୁହାଯାଏ।

ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା n ଅଯୁଗ୍ମ ହେଲେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ଥାଏ ଓ ତାହା ହେଉଛି $\frac{n+1}{2}$

ତମ ସ୍ଥାନ। ଏଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\frac{n+1}{2}$ ତମ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ହିଁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ। ଲବ୍ଧାଙ୍କ

ସଂଖ୍ୟା ଯୁଗ୍ମ ହେଲେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ଥାଏ ଓ ସେ ଦୁଇଟି ହେଲା $\frac{n}{2}$ ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ ସ୍ଥାନ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ଥିବାରୁ ସେହି ଦୁଇ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଦ୍ଵୟର ହାରାହାରି ନେଇ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ଵ ବା ଅଧଃ କ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା n ହେଉ ।

n ଅଯୁଗ୍ମ ହେଲେ, ମଧ୍ୟମା $(M_d) = \frac{n+1}{2}$ ତମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ,

n ଯୁଗ୍ମ ହେଲେ, ମଧ୍ୟମା $(M_d) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{n}{2} \text{ତମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ} + \left(\frac{n}{2}+1\right) \text{ତମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ} \right\}$

(a) ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଉଦାହରଣ - 10 :

(i) ମନେକର 9 ଜଣ ପିଲାଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା (ସେ.ମି.ରେ) 60, 62, 63, 63, 64, 66, 68, 69, 70
(ଏଠାରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅଯୁଗ୍ମ ଓ ସେଗୁଡ଼ିକ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ଵକ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ।)

(ଉଚ୍ଚତାର) ମଧ୍ୟମା $= \frac{9+1}{2}$ ତମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଅର୍ଥାତ୍ ପଞ୍ଚମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ $\therefore M_d = 64$

(ii) ମନେକର 10ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ସାହିତ୍ୟ ପରୀକ୍ଷାର ନମ୍ବର 55, 50, 56, 54, 51, 44, 47, 46, 54, 44
ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ଵ ବା ଅଧଃକ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ନ ଥିବାରୁ ପ୍ରଥମେ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ କ୍ରମରେ ସଜାଇବା ଆବଶ୍ୟକ । ଉର୍ଦ୍ଧ୍ଵକ୍ରମରେ ନମ୍ବର ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା - 44, 44, 46, 47, 50, 51, 54, 54, 55, 56

ଫଳରେ ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କଦ୍ଵୟ ହେଲେ $\frac{n}{2}$ ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ, ଅର୍ଥାତ୍ ପଞ୍ଚମ ଓ ଷଷ୍ଠ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ।

\therefore ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା $M_d = \frac{\text{ପଞ୍ଚମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ} + \text{ଷଷ୍ଠ ଲବ୍ଧାଙ୍କ}}{2} = \frac{50+51}{2} = 50.5$

(b) ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ଉଦାହରଣ - 11 :

ସାରଣୀ - D

ବୟସ (ବର୍ଷରେ):	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ବାରମ୍ବାରତା :	12	16	18	22	22	28	25	19	15	14	8

ଉପରିସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅନୁସାରେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ :

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ଏକ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ ଉର୍ଦ୍ଧ୍ଵ (ବା ଅଧଃ) କ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ହୋଇନାହିଁ । ତଥ୍ୟାବଳୀର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରି ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିଲେ ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ହୋଇପାରିବ ।

ସାରଣୀ - D₁

ବିୟସ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f.)	ଲବ୍ଧାଙ୍କର ସ୍ଥାନ
5	12	12	(1 ରୁ 12 ଡମ ସ୍ଥାନ)
6	16	28	(13 ରୁ 28 ଡମ ସ୍ଥାନ)
7	18	46	(29 ରୁ 46 ଡମ ସ୍ଥାନ)
8	22	68	(47 ରୁ 68 ଡମ ସ୍ଥାନ)
9	22	90	(69 ରୁ 90 ଡମ ସ୍ଥାନ)
10	28	118	(91 ରୁ 118 ଡମ ସ୍ଥାନ)
11	25	143	(119 ରୁ 143 ଡମ ସ୍ଥାନ)
12	19	162	(144 ରୁ 162 ଡମ ସ୍ଥାନ)
13	15	177	(163 ରୁ 177 ଡମ ସ୍ଥାନ)
14	14	191	(178 ରୁ 191 ଡମ ସ୍ଥାନ)
15	8	199	(192 ରୁ 199 ଡମ ସ୍ଥାନ)
	$\Sigma f = 199$		

ଏଠାରେ ମୋଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା n ଅନୁଗୁ ହୋଇଥିବାରୁ ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ସ୍ଥାନ $(m) = \frac{n+1}{2} = \frac{199+1}{2} = 100$

\therefore ମଧ୍ୟମା = 100 ଡମ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ।

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ କେଉଁ ସ୍ଥାନରୁ କେଉଁ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ରହିଛି ତାହାର ସୂଚନା ଦିଆଯାଇଛି ।

ଲକ୍ଷ୍ୟକର : 91 ଡମ ସ୍ଥାନ (9ର c.f. 90ର ପରବର୍ତ୍ତୀ) ରୁ 118 ଡମ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 10 ରହିଅଛି । ଏଣୁ 100 ଡମ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମଧ୍ୟ 10 ।

ମଧ୍ୟମା = 10 ବର୍ଷ

(ଉତ୍ତର)

ସୂତ୍ର : ଯେଉଁ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ (m) ଅପେକ୍ଷା ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର, ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ହିଁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ।

ଉଦାହରଣ - 12 : ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅନୁସାରେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସାରଣୀ - E

x :	10	11	12	13	14	15	16	17	18
f :	5	12	20	25	23	18	13	10	6

ସମାଧାନ :

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ମୋଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା $n (=132)$ ଅନୁଗୁ ହୋଇଥିବାରୁ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ଅଛି ଓ ସେ ଦୁଇଟି ହେଲା $\frac{132}{2}$ ଡମ ଓ $\left(\frac{132}{2} + 1\right)$ ଡମ ସ୍ଥାନ, ଅର୍ଥାତ୍ 66 ଡମ ଓ 67 ଡମ ସ୍ଥାନ ।

∴ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ହେଉଛି $\frac{66+67}{2}$ ତମ ସ୍ଥାନ, ଅର୍ଥାତ୍ 66.5 ତମ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ହେଉଛି ମଧ୍ୟମ।

ଏହାର ଅର୍ଥ ହେଲା, 66 ତମ ଓ 67 ତମ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କଦ୍ୱୟର ହାରାହାରି ହେଉଛି ମଧ୍ୟମ।

ସାରଣୀ - E₁

ବୟସ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f.)
10	5	5
11	12	17
12	20	37
13	25	62
14	23	85
15	18	103
16	13	116
17	10	126
18	6	132
	$\Sigma f = 132$	

$$\text{ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ସ୍ଥାନ (m)} = \frac{n+1}{2} = \frac{132+1}{2} = 66.5$$

66.5 ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ହେଲା 85 । ∴ ମଧ୍ୟମ = 14 (ଉତ୍ତର)

(c) ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ଏବଂ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶିତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :
ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀ ସର୍ବଦା ଅଧଃ ବା ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱ କ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ହୋଇ
ରହିଥାଏ। ଏଣୁ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ହିଁ ମଧ୍ୟମ ମିଳିଥାଏ।

n ଯୁଗ୍ମ ହେଉ ବା ଅଯୁଗ୍ମ ହେଉ $\frac{n}{2}$ ତମ ସ୍ଥାନକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ନିଆଯାଇପାରେ
(ଅବଶ୍ୟ ଯେଉଁଠି 'n'ର ମାନ ଅପେକ୍ଷାକୃତ ବୃହତ୍)।

ଭାଗବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନଟି ଯେଉଁ ସଂଭାଗ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ହୋଇଥାଏ, ସେହି ସଂଭାଗକୁ ଆମେ
ମଧ୍ୟମ-ସଂଭାଗ କହିବା। ମଧ୍ୟମ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ-ସଂଭାଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ
କରାଯାଏ। ମଧ୍ୟମ ସଂଭାଗ କିପରି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ?

ପୂର୍ବ ଆଲୋଚନାରୁ ଜାଣିଛେ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିସାରିବା
ପରେ ଯେଉଁ ସଂଭାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f) ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ (m) ଅପେକ୍ଷା ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର
ହେବ ସେହି ସଂଭାଗ ହିଁ ମଧ୍ୟମ ସଂଭାଗ ହେବ।

$$\text{ମଧ୍ୟମ ନିର୍ଣ୍ଣୟର ସୂତ୍ର : ମଧ୍ୟମ (M_d) = l + \frac{m-c}{f} \times i$$

m = ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ, l = ମଧ୍ୟମ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା, f = ମଧ୍ୟମ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା

c = ମଧ୍ୟମ ସଂଭାଗର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଭାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା, i = ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର

ଉଦାହରଣ - 13 :

ଏକ ଶ୍ରେଣୀର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନଙ୍କର ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାର ନମ୍ବର ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଶ୍ରେଣୀର ମଧ୍ୟମା ନମ୍ବର ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସାରଣୀ - F

ନମ୍ବର	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
ବାରମ୍ବାରତା	2	2	7	13	15	12	9	6	3	1

ସମାଧାନ : ଲକ୍ଷ୍ୟକର ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଏକ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ (exclusiv) ସଂଭାଗୀକରଣ ବିଶିଷ୍ଟ ।

ସାରଣୀ - F₁

ନମ୍ବର (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f)
0-10	2	2
10-20	2	4
20-30	7	11
30-40	13	24
40-50	15	39
50-60	12	51
60-70	9	60
70-80	6	66
80-90	3	69
90-100	1	70
	n = 70	

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ $m = \frac{n}{2} = 35$ ତମ ସ୍ଥାନ

m ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 39 ∴ ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗ ହେଲା : (40 - 50)

ଫଳରେ l = 40, f = 15, c = 24 ଏବଂ i = 10

$$\text{ମଧ୍ୟମା } (M_d) = l + \frac{m - c}{f} \times i$$

$$\Rightarrow \text{ମଧ୍ୟମା } (M_d) = 40 + \frac{35 - 24}{15} \times 10 = 40 + \frac{22}{3} = 47.33 \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

ଉଦାହରଣ - 14 : ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅତ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ସ୍ଥିର କର ।

ସାରଣୀ - G

ସଂଭାଗ	4-7	8-11	12-15	16-19	20-23	24-27	28-31	32-35
ବାରମ୍ବାରତା	4	11	25	47	56	29	20	08

ସମାଧାନ : ସୂଚନା : ଆମକୁ ପ୍ରଥମେ ଦତ୍ତ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ (Inclusive) ସଂଭାଗୀକରଣକୁ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ (Exclusive) ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଉଚିତ୍। ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା କିମ୍ବା ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାରର ପରିବର୍ତ୍ତନ ନ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗର l ନିର୍ଣ୍ଣୟରେ 0.5ର ଅନ୍ତର ରହିବ।

ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣରେ ପ୍ରକାଶିତ ସଂଭାଗ ଗୁଡ଼ିକୁ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ କରିବାକୁ ହେଲେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ଉଚ୍ଚ ସୀମା ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା ମଧ୍ୟରେ ଅନ୍ତର ସ୍ଥିର କରି ତାହାର ଅର୍ଦ୍ଧେକକୁ, ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନ ସୀମାରୁ ବିଯୋଗ କରାଯାଏ ଏବଂ ଉଚ୍ଚ ସୀମାରେ ଯୋଗକରି ସଂଭାଗୀକରଣକୁ ବହିର୍ଭୁକ୍ତ ସଂଭାଗୀକରଣ ବିଶିଷ୍ଟ କରାଯାଇଥାଏ। ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ସଂଭାଗର ଉଚ୍ଚସୀମା- ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା = 1

$\therefore \frac{1}{2}$ ଅର୍ଥାତ୍ 0.5କୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମାରୁ ବିଯୋଗ କରାଯିବ ଏବଂ 0.5କୁ ଉଚ୍ଚ ସଂଭାଗର ଉଚ୍ଚସୀମାରେ ଯୋଗ କରାଯିବ। ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଦେଖ।

ସାରଣୀ - G_1

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f)
3.5 - 7.5	4	4
7.5 - 11.5	11	15
11.5 - 15.5	25	40
15.5 - 19.5	47	87
19.5 - 23.5	56	143
23.5 - 27.5	29	172
27.5 - 31.5	20	192
31.5 - 35.5	08	200
	$n = 200$	

$$\text{ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ } m = \frac{n}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

m ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 143 \therefore ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗ (19.5 - 23.5)

ଫଳରେ $l_1 = 19.5, f = 56, c = 87$ ଏବଂ $i = 4$

$$\begin{aligned} \text{ମଧ୍ୟମା } (M_p) &= l_1 + \frac{m-c}{f} \times i = 19.5 + \frac{100-87}{56} \times 4 \\ &= 19.5 + \frac{13}{14} = 19.5 + 0.93 = 20.43 \end{aligned} \quad (\text{ଉତ୍ତର})$$

(d) ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଲେଖ (Ogive) ସାହାଯ୍ୟରେ ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଲେଖ (Ogive) ସାହାଯ୍ୟରେ ମଧ୍ୟ ଉଚ୍ଚ ସାରଣୀରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରେ। ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉଦାହରଣ ସାରଣୀ - H ଓ ସାରଣୀ - I ରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇଛି, ଅନୁଧ୍ୟାନ କର।

ଉଦାହରଣ - 15 : ସାରଣୀ - H ପ୍ରଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଲେଖ (Ogive) ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସାରଣୀ - H

ଲବ୍ଧାଙ୍କ :	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ବାରମ୍ବାରତା :	6	8	8	11	22	36	59	29	21	3

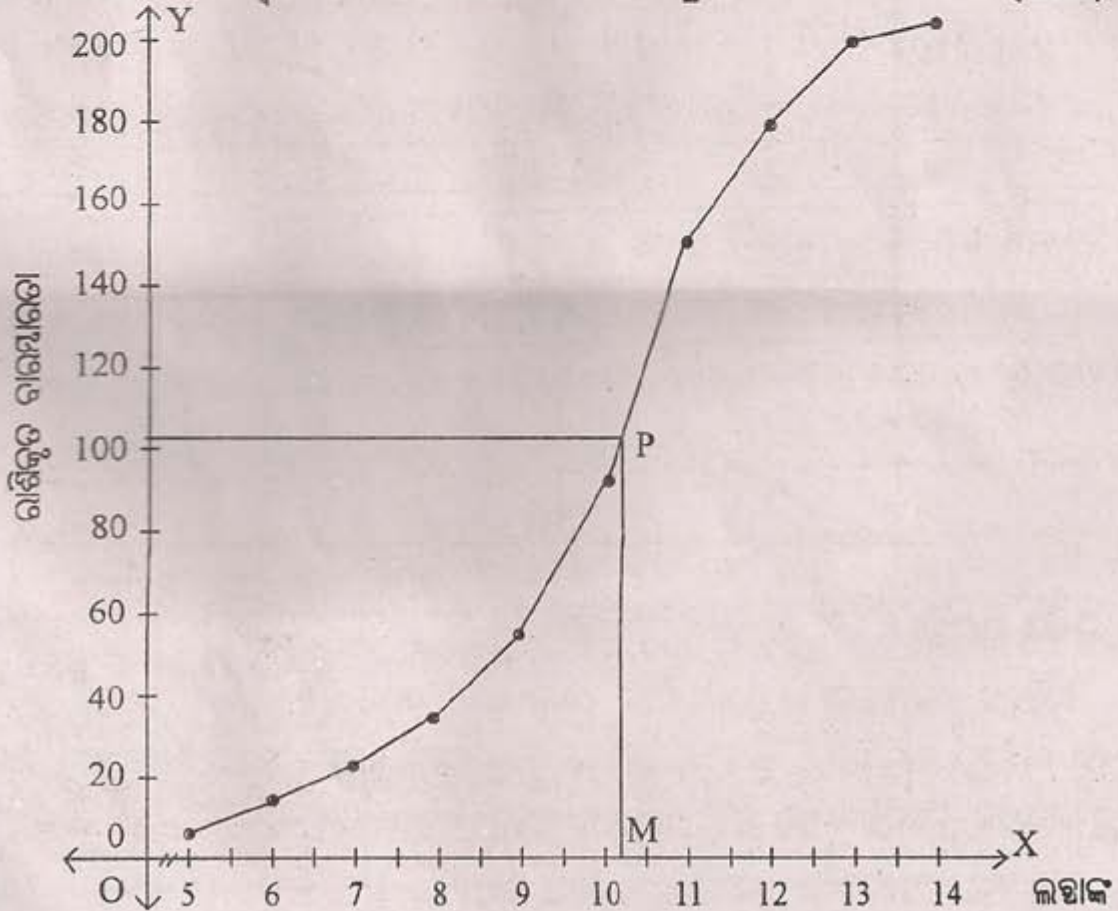
ସମାଧାନ : [ସୂଚନା : ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଲେଖ ସାହାଯ୍ୟରେ ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ଲାଗି ପ୍ରଥମେ ଏହି ଲେଖ ଅଙ୍କନ କରିବା ଆବଶ୍ୟକ । ଏଥିଲାଗି ପ୍ରଥମେ ସାରଣୀରେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯିବ । ତା'ପରେ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜରେ ଦୁଇଟି ଅକ୍ଷ ନିର୍ଦ୍ଦେଶ କର ଓ ଆନୁଭୂମିକ ଅକ୍ଷରେ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଏବଂ ଉଲ୍ଲମ୍ବ ଅକ୍ଷରେ ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଦର୍ଶାଅ । ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସହ ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଅଥବା ସଂଜାଗର ଉର୍ଦ୍ଧ୍ୱସୀମା ସହ ସେହି ସଂଜାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତାକୁ ନେଇ ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜ ଉପରେ ବିନ୍ଦୁମାନ ସ୍ଥାପନ କରିବାକୁ ହେବ, ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ ଯୋଗକଲେ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଲେଖ (ogive) ମିଳିବ ।]

ଲବ୍ଧାଙ୍କ :	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ବାରମ୍ବାରତା :	6	8	8	11	22	36	59	29	21	3
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା :	6	14	22	33	55	91	150	179	200	203

ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ : ମଧ୍ୟମା ସ୍ଥାନ $(m) = \frac{n+1}{2} = \frac{203+1}{2} = 102$

ଲେଖ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ P ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଯାହାର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା(c.f.) = 102

P ବିନ୍ଦୁରୁ ଲଞ୍ଚାଙ୍କ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଏକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାର ପାଦବିନ୍ଦୁ M ହେଉ । ଏଣୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା = M ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଲଞ୍ଚାଙ୍କ = 10.2 ପ୍ରାୟ । (ଉତ୍ତର)



ଉଦାହରଣ - 16 :

ସାରଣୀ I ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଲେଖ (ogive) ଅଙ୍କନ କର ଓ ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ସାରଣୀ - I

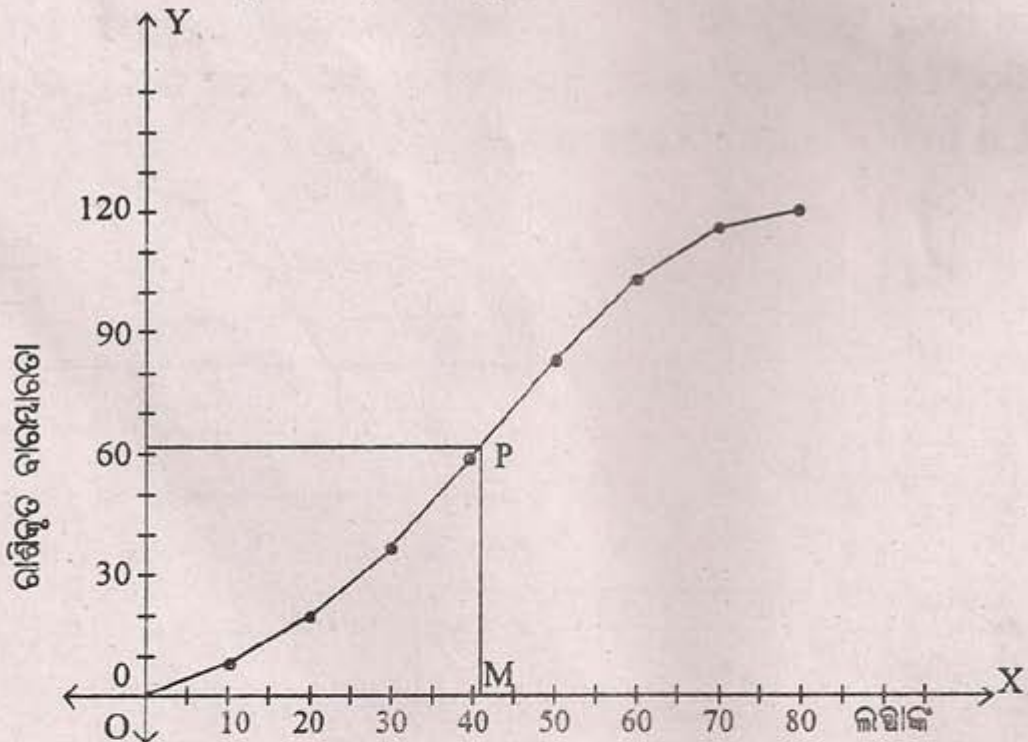
ଲବ୍ଧାଙ୍କ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ବାରମ୍ବାରତା	7	12	18	22	24	20	13	4

ସମାଧାନ :

ସାରଣୀ - I₁

ଲବ୍ଧାଙ୍କ 'x'	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ବାରମ୍ବାରତା 'f'	7	12	18	22	24	20	13	4
ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା 'c.f'	7	19	37	59	83	103	116	120

$$\text{ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ} = \frac{1}{2} \left[\frac{120}{2} + \left(\frac{120}{2} + 1 \right) \right] = \frac{1}{2} (60 + 61) = 60.5$$



ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପ୍ରଣାଳୀ :

ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (c.f) ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଅକ୍ଷର 60.5 ଏକକ ଚିହ୍ନ ପାଖରେ ଅକ୍ଷପୃଷ୍ଠ ଲମ୍ବଟିଏ ଅଙ୍କନ କର। ଏହା ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ସୂଚକ ଲେଖ (ogive)କୁ ଯେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ତାର ନାମ P ଦିଅ। P ବିନ୍ଦୁରୁ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଅକ୍ଷ ପୃଷ୍ଠ ଏକ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର। ଏହାର ପାଦ ବିନ୍ଦୁ M ହେଉ।

ଏଣୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା = M ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଦେଶିତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ = 41 (ଉତ୍ତର)

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4(b)

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଟି ଠିକ୍ ତା'ପାଖରେ T ଓ ଯେଉଁଟି ଭୁଲ୍ ତା'ପାଖରେ F ଲେଖ।
- (i) ଯେକୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ସେହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ସହ ସମାନ।
- (ii) କୌଣସି ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ସର୍ବଦା ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ।
- (iii) ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମାନୁସାରେ ଲେଖାଯୁବା 13ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ଏହାର ଆରମ୍ଭରୁ ସପ୍ତମ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସହ ସମାନ।
- (iv) ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମାନୁସାରେ ଥିବା ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ଆରମ୍ଭରୁ ଅଷ୍ଟମ ସ୍ଥାନରେ ରହିଥିଲେ ଏହା ଶେଷରୁ ମଧ୍ୟ ଅଷ୍ଟମ ସ୍ଥାନରେ ରହିଥିବ।
- (v) 30ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଥିବା ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା 15।
- (vi) 5, 8, 3, 7, 11, 27, 16; ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା 8।

2. ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(a) 5, 21, 38, 47, 56, 64, 80

(b) 11, 27, 36, 58, 65, 72, 80, 95

(c) 7, 25, 11, 18, 37, 10, 16

(d) 18, 32, 37, 25, 31, 19, 25, 29, 31

[ସୂଚନା : କ୍ରମାନୁସାରେ ସଜାଇଲାବେଳେ ସମାନ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କୁ ପାଖାପାଖି ରଖାଯିବ।]

3. ନିମ୍ନସ୍ଥ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	5	6	7	8	9	10	11
ବାରମ୍ବାରତା (f)	12	21	37	43	34	18	14

4. ନିମ୍ନସ୍ଥ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗଣିତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଲେଖ (ogive) ଅଙ୍କନ କରି ଏହା ସାହାଯ୍ୟରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	1	2	3	4	5	6	7	8
ବାରମ୍ବାରତା (f)	5	8	15	24	14	9	5	4

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ରୂପେ ଜାଣିଥିବା ଉଭୟ ପ୍ରଣାଳୀରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ଉଭୟ ଦୃଶ୍ୟ ପାର୍ଥକ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	4	5	6	7	8	9	10
ବାରମ୍ବାରତା (f)	8	12	21	31	18	13	5

6. ନିମ୍ନସ୍ଥ ସାରଣୀ ଅତ୍ୟୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i)	ସଂଭାଗ (C.I.)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
	ବାରମ୍ବାରତା (f)	5	12	22	18	10	6

(ii)	ସଂଭାଗ (C.I.)	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
	ବାରମ୍ବାରତା (f)	3	8	15	24	17	12	7

7. ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ନିର୍ଦ୍ଦେଶ ଲେଖ (ogive) ଅଙ୍କନ କରି ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର। ନିମ୍ନ ସାରଣୀମାନଙ୍କରେ ସଂଭାଗ ଓ ବାରମ୍ବାରତା ଯଥାକ୍ରମେ (C.I.) ଓ (f) ଦ୍ୱାରା ସୂଚୀତ।

(i)	(C.I.)	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-50
	(f)	3	7	13	22	33	28	19	12

(ii)	(C.I.)	0-8	8-16	16-24	24-32	32-40	40-48	48-56
	(f)	4	8	14	23	15	11	5

8. ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ସ୍ଥିର କର।

ସଂଭାଗ	130-139	140-149	150-159	160-169	170-179	180-189	190-199
ବାରମ୍ବାରତା	4	9	18	28	24	10	7

9. ନିମ୍ନ ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ଥିବା କେତେକ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ଦିଆଯାଇନାହିଁ। ଯଦି ବାରମ୍ବାରତାମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି 74 ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା 36 ହୋଇଥାଏ ତେବେ ଆମକୁ ଜଣାନଥିବା ଦୁଇ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା ସ୍ଥିର କର।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
ବାରମ୍ବାରତା	2	8	?	20	12	?	4	3

10. 200 ଛାତ୍ରଙ୍କର ଗଣିତ ପରୀକ୍ଷାର ରଖୁଥିବା ନମ୍ବର ଶତକଡ଼ାରେ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ନମ୍ବର (ଶତକଡ଼ାରେ)	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89
ଛାତ୍ରସଂଖ୍ୟା	6	12	20	46	57	37	15	7

(i) ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ଲେଖ ଅଙ୍କନ କରି ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିରୂପଣ କର।

(ii) ଗଣିତରେ 45% ନମ୍ବର ହାସଲ କରିଥିବା ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କର।

4.4. ଗରିଷ୍ଠକ (Mode)

(i) ବ୍ୟାଚ୍‌ସମ୍ପାନ୍, ଡେମ୍‌ଲକର ଏକ କ୍ରିକେଟ୍ ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ ଚାରି ବଲ୍‌ର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୋଇ ସଂଗ୍ରହ କରିଥିବା ରନ ହେଲା - 4, 2, 6, 4, 4, 0

'4' ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଟି ସର୍ବାଧିକ ତିନିଥର ଅଛି। ତେଣୁ ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ $M_0 = 4$

(ii) ନିମ୍ନସ୍ଥ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ସାରଣୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ (x)	2	3	4	6
ବାରମ୍ବାରତା (f)	20	7	3	2

ଏହି ବଣ୍ଟନରେ 2 ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଟି ସର୍ବାଧିକ କୋଡ଼ିଏ ଥର ରହିଥିବାରୁ ଉକ୍ତ ବଣ୍ଟନର ଗରିଷ୍ଠକ $M_0 = 2$

(iii) ଗୋଟିଏ ଲୁହୁ ଗୋଟି ଦଶଥର ଗଡ଼ାଇବାରୁ 3, 6, 3, 2, 5, 5, 1, 3, 2, 2 ଲକ୍ଷାଙ୍କମାନ ମିଳିଲା। ଏଠାରେ 2 ଓ 3 ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଦ୍ଵୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସର୍ବାଧିକ 3 ଥର ଲେଖାଏଁ ରହିଥିବାରୁ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ M_0 ହେଉଛନ୍ତି 2 ଓ 3।

ସଂଜ୍ଞା : କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ସର୍ବାଧିକ ବାର ରହିଥିବା ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ (ଲବ୍‌ଧାଙ୍କମାନ) ହିଁ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ। ଭାଗବିହୀନ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନରେ ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ (ବା ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ମାନ) ହିଁ ଉକ୍ତ ବଣ୍ଟନର ଗରିଷ୍ଠକ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଯଦି କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଅତ୍ୟୁଚ୍ଚ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ସମାନ, ତେବେ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ ବୋଲି କହିବା। ନିମ୍ନସ୍ଥ ତଥ୍ୟାବଳୀକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟକର।

3, 5, 7, 3, 8, 5, 8, 7 ଏଠାରେ କୌଣସି ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ।

ଉଦାହରଣ - 17 : ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i) ଗୋଟିଏ ବଗିଚାରେ ଏକା ଦିନରେ ଲଗାଯାଇଥିବା 10ଟି ଚାଚା ଗଛର (ସେ.ମି.ରେ) ଉଚ୍ଚତା ହେଲା - 22, 24, 19, 21, 23, 21, 24, 22, 20, 22,

(ii)

ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ବାରମ୍ବାରତା (f)	25	22	7	18	35	27	25	16	29	15

(iii)

ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ (x)	5	6	7	8	9	10	11	12
ବାରମ୍ବାରତା (f)	7	18	25	24	20	25	19	13

ସମାଧାନ :

(i) ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକୁ ସାନରୁ ବଡ଼ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖିଲେ - 19, 20, 21, 21, 22, 22, 22, 22, 23, 24, 24 ଏଠାରେ ଗରିଷ୍ଠକ $M_0 = 22$ [∵ ଏହି ଲବ୍‌ଧାଙ୍କଟି ସର୍ବାଧିକ ଥର ରହିଅଛି]

(ii) ସାରଣୀରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ 5ର ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ। ∴ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ $M_0 = 5$

(ii) ସାରଣୀରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ 7 ଓ 10 ବାରମ୍ବାରତା ସର୍ବାଧିକ।

∴ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ $M_0 = 7$ ଏବଂ 10।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ (M), ମଧ୍ୟମା (M_d) ଏବଂ ଗରିଷ୍ଠକ (M_o) ମଧ୍ୟରେ, ଏକ ସାଧାରଣ ସମ୍ପର୍କ ରହିଥାଏ। ସମ୍ପର୍କଟି ହେଲା : $M_o = 3M_d - 2M$

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4(c)

- ଦତ୍ତ ଉଚ୍ଚମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯେଉଁଟି ଠିକ୍ ତା'ପାଖରେ T ଓ ଯେଉଁଟି ଭୁଲ୍ ତା'ପାଖରେ F ଲେଖ।
 - ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧ୍ୟାଙ୍କ ସମାନ ସମାନ ଥିବାର ରହିଲେ ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ ବୋଲି କୁହାଯାଏ।
 - ବାରମ୍ବାରତା ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ହିଁ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ।
 - ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଯଦି ଗରିଷ୍ଠକ ଥାଏ ତେବେ ଏହାର ସର୍ବଦା ଗୋଟିଏ ମାତ୍ର ଗରିଷ୍ଠକ ଥାଏ।
- ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

- 5, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 12
- 20, 21, 22, 22, 22, 23, 24, 24, 24, 25, 25, 26
- 24, 17, 18, 25, 25, 19, 21, 19, 22, 18, 18, 23, 24, 17 ଏବଂ
- 12, 8, 15, 9, 11, 8, 10, 11, 13, 9, 12, 10, 14, 11, 13, 10

- ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i) ଲବ୍ଧ୍ୟାଙ୍କ (x)	5	6	7	8	9	10	11	12
ବାରମ୍ବାରତା (f)	20	32	49	53	46	39	32	27
(ii) ଲବ୍ଧ୍ୟାଙ୍କ (x)	20	21	22	23	24	25	26	27
ବାରମ୍ବାରତା (f)	5	8	15	12	15	13	9	6

- ଦୁଇଟି ଲୁହୁ ଗୋଟିକୁ ଏକା ସାଙ୍ଗରେ 15ଥର ଗଢ଼ାଇବାରେ ମିଳିଥିବା ଲବ୍ଧ୍ୟାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ 7, 8, 10, 10, 11, 7, 12, 9, 7, 9, 8, 12, 11, 10, 7 । ଏହି ବଣ୍ଟନର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
 - ଖଣ୍ଡେ ରୂପା ଖାଡ଼ିକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ସମୟରେ ଓଜନ କରି ପାଇଥିବା ଓଜନ (ଗ୍ରାମ୍ ମାପରେ) 35.0, 35.4, 35.2, 35.5, 35.2, 35.3, 35.1, 35.0, 35.3, 35.2, 35.1 । ଗରିଷ୍ଠକ ଓଜନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।
 - ଏକ ଜୋତା ଦୋକାନରେ ବିଭିନ୍ନ ମାପ ବିଶିଷ୍ଟ ଜୋତା ବିକ୍ରିର ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି।

ଜୋତାମାପ	5	$5\frac{1}{2}$	6	$6\frac{1}{2}$	7	$7\frac{1}{2}$	8	$8\frac{1}{2}$	9	$9\frac{1}{2}$	10
ବିକ୍ରିସଂଖ୍ୟା	20	24	33	37	48	61	75	52	64	43	12

ଉପରିସ୍ଥ ବଣ୍ଟନ ଦେଖି ଦୋକାନୀ କେଉଁ ମାପର ଜୋତା ମହଜୁଦ୍ ରଖିବା ପ୍ରତି ଅଧିକ ଧ୍ୟାନ ଦେବ, ସ୍ଥିର କର। ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର କେଉଁ ପ୍ରକାର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତା ତୁମେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲ?